

Zarządzanie - studia dzienne
Matematyka
Lista nr 2

Zadanie 1. Wyznaczyć kres dolny i górny podanych zbiorów, o ile istnieją

$$A = \left\{ a : a = \frac{1}{2^n} \wedge n \in N \right\}; B = \{ b : b \in R \wedge b > 4 \};$$

$$C = \{ c : c \in N \wedge c > 4 \}; D = \{ d : d \in R \wedge d \in \langle -2, 2 \rangle \};$$

$$E = \{ e : e \in N \wedge e \in (-2, 2) \}; F = \left\{ f : f = \frac{1}{2n} \wedge n \in N \right\};$$

$$G = \{ g : |g| > 1 \wedge g \in R \}; H = \{ h : |h| < 2 \wedge h \in R \};$$

$$I = R \setminus R_+; J = C \setminus N.$$

$$K = \{ k : k \in R \wedge k > 1 \} \cup \{ k : k \in R \wedge k > 0 \}$$

Zadanie 2 Narysować wykresy relacji $R_i \subset R \times R$:

a) $R_1 = \{ (x, y) : |x| > y \};$ b) $R_2 = \{ (x, y) : 2 \leq |x - y| \leq 5 \};$ c) $R_3 = \{ (x, y) : x^2 + (y - 2)^2 > 4 \};$
d) $R_4 = \{ (x, y) : y = x^2 \};$ e) $R_5 = \{ (x, y) : y = \operatorname{tg} x \};$ f) $R_5 = \{ (x, y) : (y - x)^2 \geq 9 \};$

Zadanie 3

Wykazać, że $R \subset R \times R \wedge \forall x, y \in R \quad xRy \Leftrightarrow x^3 = y^3$ jest zwrotna i przechodnia.

Zadanie 4 Sprawdzić, czy relacje są symetryczne:

- a) $R \subset R \times R \wedge \forall x, y \in R \quad xRy \Leftrightarrow |x - 2| = |y + 2|;$
b) $R \subset R \times R \wedge \forall x, y \in R \quad xRy \Leftrightarrow x > y \vee y > x;$
c) $R \subset R \times R \wedge \forall x, y \in R \quad xRy \Leftrightarrow x - y \in W;$

Zadanie 5. Zbadać, czy R jest relacją równoważności. Jeśli tak, to wyznaczyć klasy abstrakcji

$$R \subset N \times N \wedge \forall x, y \in N \quad xRy \Leftrightarrow 2|x + y|,$$

$$R \subset A \times A \wedge \forall x, y \in A \quad xRy \Leftrightarrow x + y \neq 3, \text{ gdzie } A = \{1, 2, 3\}$$

$$R \subset A \times A \wedge \forall x, y \in A \quad xRy \Leftrightarrow 4|x^2 - y^2|, \text{ gdzie } A = \{1, 2, 3, \dots, 16\}$$

$$R \subset R \times R \wedge \forall x, y \in R \quad xRy \Leftrightarrow |x| = |y|$$

$$R \subset A \times A \wedge \forall x, y \in A \quad xRy \Leftrightarrow x^2 = y^2, \text{ gdzie } A = \{-3, -2, -1, 1, 2, 3\}$$

Zadanie 6 Zbadać, czy poniższe relacje są funkcjami:

- a) $R \subset N \times N \quad xRy \Leftrightarrow x|y$ ($x|y$ oznacza, że y jest podzielne przez x);
b) $R \subset N \times N \quad xRy \Leftrightarrow 2|(x + y);$
c) $R \subset R \times R \quad xRy \Leftrightarrow xy = 4;$
d) $R \subset R_+ \times R \quad xRy \Leftrightarrow y^2 = 4x;$
e) $R \subset R_+ \times R_+ \quad xRy \Leftrightarrow y^2 = 4x;$
g) $R \subset R \times R \quad xRy \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 9 = 0;$
h) $R \subset R \times R_+ \quad xRy \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 9 = 0;$